

# Ode aos números primos

*Os números primos oferecem à poesia substância e estrutura*

SARAH GLAZ

“Nenhum ramo da teoria dos números é mais cheio de mistério e elegância do que o estudo dos números primos”, escreveu Martin Gardner em seu ensaio “Padrões e Primos”. Portanto, não admira que os números primos apareçam em outras tentativas humanas que investigam mistérios em busca de tais padrões e distinção – a poesia. Como matemática e poeta, há muito me interessa essa confluência.

Alguns poemas, repercutindo o propósito dos tratados antigos de poesia sobre princípios científicos, tentam elucidar os conceitos matemáticos que fundamentam os números primos. Outros brincam com as suas associações culturais. Há, ainda, outros que derivam sua estrutura de padrões matemáticos envolvendo os números primos. Seja qual for o modo de apresentação, o encontro de poesia e números primos – “aqueles números inteiros exasperantes, indisciplinados que se recusam a ser divididos exatamente por qualquer número inteiro, exceto eles mesmos e 1”, como Gardner descreveu – é frequentemente memorável.

Professora de matemática na Universidade de Connecticut. Autora de *Commutative Coherent Rings* (Springer, 1989) e *Commutative Rings, Integer-valued Polynomials and Polynomial Functions* (Springer, 2014). Coeditora da antologia poética *Strange Attractors: Poems of Love and Mathematics* (CRC Press/A K Peters, 2008).

Este artigo foi reeditado em julho/agosto de 2013 do volume 101 da revista *American Scientist*, de quem a *Revista Brasileira* obteve autorização para sua publicação.  
Tradução de Vania Maria da Cunha Martins Santos.

## ~ Matemática poética

Gardner citou muitas vezes poemas em sua coluna Jogos Matemáticos na revista *Scientific American* e escreveu vários ensaios sobre números primos. Ele dificilmente poderia encontrar um poema melhor sobre o tema do que o de autoria de Helen Spalding, “Louvemos agora os números primos”, que ele reproduziu no ensaio “Leis fortes de números primos pequenos”. O poema captura elementos que tornaram os números primos um objeto de fascínio desde a época de Euclides. A própria Spalding (1920-1991) é uma figura misteriosa cuja vida é difícil de rastrear após sua última publicação na *The London Magazine* em 1961.

### Louvemos agora os números primos

Louvemos agora os números primos  
 Com nossos pais que nos procriou:  
 O poder, a glória peculiar dos números primos  
 É que nada os gerou,  
 Nem ancestrais nem fatores,  
 Adãos entre as gerações multiplicados.

Ninguém pode prever a sua vinda.  
 Entre os números ordinais  
 Eles não reservam seu lugar, chegam inesperadamente.  
 Ao longo das linhas dos cardinais  
 Surgem como pontífices imprevistos,  
 Cada um absoluto, inescrutável, autoeleito.

No início onde o caos  
 Finda e o zero decompõe,  
 Lotam o exuberante primeiro plano como selva,  
 Mas a distância intermediária os dilui,  
 Longa distância até a infinitude  
 Revela sua raridade como cometas sem volta.

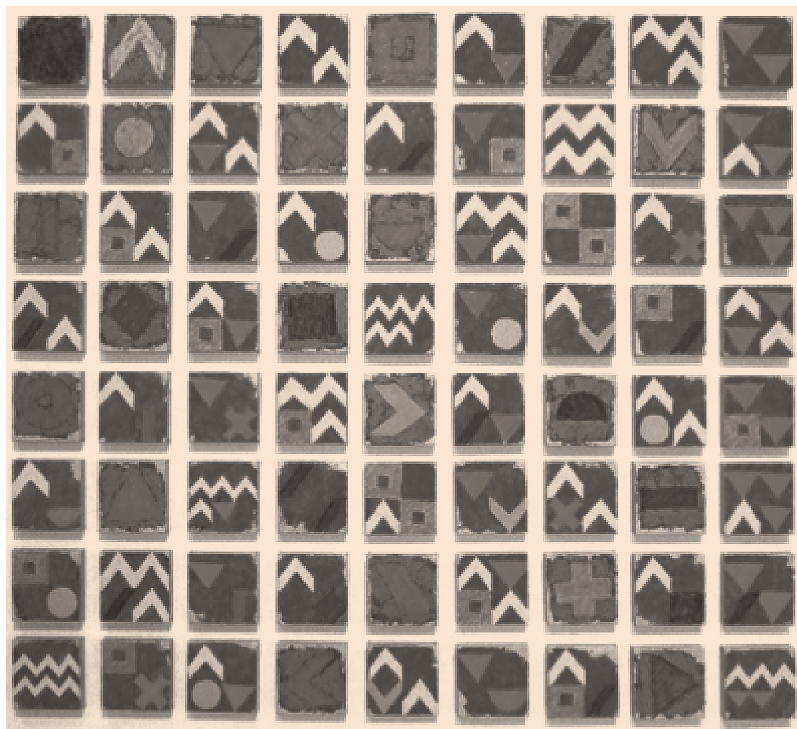
Números primos improváveis  
 Por longo tempo caçadores de fórmulas  
 Evaporam-se em abstração, desperdiçam a paciência do projeto  
 Permanecem inconformistas, estorvos,  
 Fenômenos irreduzíveis  
 A sistema, sequência, padrão ou explicação.

HELEN SPALDING

A primeira estrofe do poema faz alusão ao Teorema Fundamental da Aritmética. Esse teorema estabelece que cada número inteiro maior do que 1 ou é um número primo ou pode ser expressado como um produto único de números primos. Assim, os primos são os blocos construtores dos inteiros e, conseqüentemente, do sistema de numeração real. Na segunda e terceira estrofes, Spalding insinua como os números primos aparecem entre os outros números: dispersados sem um padrão perceptível, espalham-se e ocorrem menos frequentemente conforme os números crescem. Contudo, apesar dessa redução da frequência, existe uma infinidade de números primos. Os elementos de Euclides sobre a infinidade de números primos, cerca de 300 anos a.C., são considerados as provas mais elegantes da Matemática – um poema por si mesmo. O espetáculo *Proof, a Short Opera*, de Michael Szpakowski, apresenta a rendição poética e musical dessa prova. A peça pode ser vista em [www.somedancersandmusicians.com/proof/](http://www.somedancersandmusicians.com/proof/).

Na estrofe final do poema, Spalding toca em um dos profundos mistérios associados aos números primos: nossa incapacidade de prendê-los a uma fórmula. Números primos menores de um dado número  $N$  podem ser encontrados em uma técnica conhecida como Crivo de Eratóstenes – nomeado por Eratóstenes (276-195 a.C.), matemático grego que o descobriu. A “peneirada” consiste de um simples teste de divisibilidade e da exclusão sistemática de todos os múltiplos apropriados dos números primos até o maior primo menor do que a raiz quadrada de  $N$ . O método funciona melhor quando o próprio  $N$  é menor. Por exemplo: em  $N = 100$ , a exclusão deixa no crivo os primeiros 25 primos:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41,  
 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97



Os números primos capturam a atenção de artistas plásticos e poetas. “Prime Mark”, um trabalho de 2010 de Paul Ashwell, consiste de 72 pequenos quadros, cada um representando um número. Números não primos são apresentados por combinações de símbolos que indicam seus fatores primos. Veja mais em <http://paulashwell.co.uk/>.

Desde a época de Eratóstenes muitas técnicas foram inventadas para “agarrar” números primos, mas até hoje nenhuma fórmula que abrigasse todos eles foi encontrada. Particularmente, é notoriamente difícil produzir números primos muito grandes. Tampouco um padrão foi encontrado para prever sua distribuição entre um dado intervalo de números. Em 2000, o Clay Mathematics Institute listou sete dos problemas mais importantes da Matemática. O Instituto ofereceu uma recompensa de 1 milhão de dólares para quem publicasse uma solução para um desses *Problemas do Prêmio Millennium*. Um deles, a Hipótese de Riemann, formulado por Bernhard Riemann (1826-1866), celebrou seu 150.º aniversário em 2010. É uma conjectura sobre os zeros da função zeta de Riemann. A função  $\zeta$  é definida para variáveis complexas,  $s$ , e um valor de  $s$  para o

qual  $\zeta(s) = 0$  é chamado de zero de zeta. A função zeta foi apresentada por Leonhard Euler no início do século 18 como uma função de uma variável real. Riemann ampliou a função para números complexos e estabeleceu uma conexão entre seu conjunto de zeros e as propriedades dos números primos. A Hipótese de Riemann é considerada o problema aberto mais importante da Matemática Pura, e sua solução seria um avanço no nosso conhecimento da distribuição de números primos. O poema de Tom Apostol “Onde estão os zeros de zeta de  $s$ ?” mostra de maneira divertida a agitação gerada pela caça à solução. Começa assim:

Onde estão os zeros de zeta de  $s$ ?  
 G. F. B. Riemann fez uma benesse:  
 Eles estão todos na linha crítica, diz ele,  
 E sua densidade acima de  $2\pi \log t$ .

Esta declaração de Riemann foi um disparador  
 E muitos homens bons, com força e com vigor,  
 Têm tentado encontrar, com matemático rigor,  
 O que acontece ao zeta quando o mod  $t$  fica superior.

TOM APOSTOL, fragmento de “Onde estão os zeros de zeta de  $s$ ?”

Muitas outras perguntas sobre números primos continuam sem resposta. Alguns desses problemas e suas soluções parciais, bem como a fascinação exercida pelos primos nos matemáticos que os estudam, também abriram caminho para a poesia.

## ~ Cultura prima

Os números primos são aplicados nas áreas computacionais, inclusive em criptografia e em estatística e, ainda, em muitos domínios científicos, tais como engenharia e física. Oferecem, também, o que Richard Crandall e Carl B. Pomerance chamam, em seu livro *Números Primos: uma perspectiva computacional*, “conexões culturais”. Essas conexões culturais se manifestam na poesia de várias formas.

O conceito de número primo é empregado em poemas como uma metáfora para os mistérios inebriantes da vida e do comportamento humano. Um exemplo desse fenômeno é visto em “Números primos”, de Jim Mele.

### Números primos

Números primos,  
Lembro deles  
Como bebidas  
Seguidas de complicadas leis populares.

Na Califórnia  
um amigo visita uma praia  
de seixo, indivisível  
nesta vida incerta.

JIM MELE

A profundidade da conexão cultural entre números primos e a poesia torna-se mais aparente quando examinamos a sua inclusão em poemas. A afinidade entre números e palavras tem raízes na invenção da escrita alfabética pelos fenícios no 2.º milênio a.C., quando os números passaram a ser representados por letras do alfabeto. Na poesia antiga, especialmente no campo da magia, misticismo e adivinhação, cada palavra adquiriu o valor do número da soma de suas letras, e cada número obteve os valores simbólicos de uma ou mais palavras em cuja soletração aparecia. Historiadores do matemático David Eugene Smith observaram que 3 e 7 “eram os chefes entre os números místicos de todos os tempos e entre todas as pessoas”. Isso ocorre, explica, porque “3 e 7 são os primeiros números primos – singulares, não fatoriais, desconectados de qualquer raiz comum, detentores de propriedades peculiares”. Em outras palavras, 3 e 7 adquiriram uma importância especial exatamente por sua primalidade. Vestígios de tal importância, associados a camadas de significados culturais, sociológicos e históricos, permitem aos números primos evocar imagens de emoções poderosas, tanto pessoais

quanto coletivas. Os poemas que retratam o número primo 7 exemplificam esse efeito. Talvez mais notavelmente, o 7 aparece em textos-chave religiosos. Aparece no primeiro poema do *Gênesis*, o primeiro livro da Bíblia, bem como no Novo Testamento, no Alcorão e outros. Aparece, ainda, na *Epopéia de Gilgamesh* – um dos primeiros trabalhos conhecidos da literatura, datado de 2.000 a.C. Os poemas contemporâneos “Razões dos números”, de Lisel Mueller, e “Como ganhei o sorteio”, de Dannie Abse, refletem as camadas de história e mistério que o número 7 carrega com ele até hoje: ambos são descritos a seguir.

7  
 Porque a sorte  
 é sempre casual  
 e a divisão  
 da história  
 em  
 magros e gordos  
 anos  
 misteriosa

LIESEL MUELLER, fragmento de “Razões dos números”

Eu escolhi 7 porque aqueles dez homens costumavam dançar  
 ao redor da cova nova sete vezes.

Também por causa das pirâmides do Egito;  
 dos jardins suspensos da Babilônia;  
 do Templo de Diana em Éfeso;  
 da grande estátua de Zeus em Atenas;  
 do mausoléu de Halicarnasso;  
 do Colosso de Rodes;  
 e do farol de Alexandria.

DANNIE ABSE, fragmento de “Como ganhei o sorteio”

Um poema ainda mais antigo retrata o 7 como um número da sorte. Langston Hughes, em seu poema “Adição [I]”, emprega o modelo de um problema matemático para comentar a adição de “amor” e “sorte”.

## Adição [1]

$7 \times 7 + \text{amor} =$   
 Uma quantidade  
 Infinitamente superior a:  
 $7 \times 7 - \text{amor}.$

LANGSTON HUGHES

O clássico poema de Lewis Carroll, “A caça do Snark”, faz alusão ao 7 acompanhado de outros números para obter um efeito matemático divertido. Faça a matemática!

“Ao pegarmos o Três como objeto afoito –  
 Um número conveniente de se mencionar –  
 Adicionarmos Sete e Dez e então o multiplicar  
 Por Mil diminuindo Oito.

O resultado que obtivemos para dividir, como pode ver,  
 Por Novecentos e Noventa e Dois:  
 Em seguida subtraírmos Dezesete, a resposta deve ser  
 Exatamente e perfeitamente verdadeira depois.”

LEWIS CARROLL, fragmento de “A caça do Snark”

## ~ Estética e estrutura

Os poemas raramente recorrem a números primos por seu apelo visual. Uma exceção notável é o poema imagista de William Carlos Williams, *O grande número*.

### O grande número

Entre a chuva  
 e as luzes  
 vi o número 5  
 em ouro



em um vermelho  
 caminhão de bombeiros  
 em movimento  
 tenso  
 despercebido  
 por tinidos de gongo  
 uivos da sirene  
 e rodas ressoando  
 pela cidade escura.

WILLIAMS CARLOS WILLIAMS

O poema de Williams torna clara a qualidade estética do número 5 que descreve. A pintura do artista americano Charles Demuth, “Vi o número 5 em ouro”, foi inspirada no poema. Uma série de trabalhos multimídia baseada no poema está disponível no site [www.poemsthatgo.com](http://www.poemsthatgo.com).



Charles Demuth (1883-1935) pintou o quadro “Vi o número 5 em ouro” numa referência ao poema de William Carlos Williams.

Os números contribuem mais frequentemente para a estrutura de um poema. A musicalidade da poesia depende não somente das palavras, mas também dos elementos estruturais quantificáveis, e a poesia

formal conta com o cálculo: pés métricos, rima das palavras, comprimento da linha, número de linhas numa estrofe, número de estrofes do poema e mais. Uma certa quantidade de cálculo matemático, formal ou intuitivo, está envolvida nos versos livres também. E algumas estruturas poéticas e procedimentos não tradicionais dependem explicitamente das propriedades matemáticas dos números primos.

Técnica semelhante utiliza o Teorema Fundamental da Aritmética. Para construir um poema usando esse teorema, decide-se sobre o comprimento do poema e, em seguida, o número de linhas do poema consecutivamente, de baixo para cima, começando pelo 2. Em seguida, escolhe-se uma palavra que signifique multiplicação e uma palavra que signifique exponenciação. O próximo passo é escrever as linhas marcadas por números primos. Cada linha numerada com um primo é um bloco de construção de outras linhas da maneira como os números primos constroem os números inteiros positivos. O primeiro poema escrito com essa estrutura foi o poema do Carl Andre “Sobre a tristeza”. Apliquei essa abordagem no meu poema “Treze de janeiro de 2009”. A forma não requer que o escritor observe a matemática que o sustenta, mas neste exemplo a notação é parte do poema.

13	<b>Janeiro de 2009</b>
12=2 <sup>2</sup> ×3	Anuk está morrendo porque Anuk está morrendo na alvura do inverno
11	O mês mais frio
10=2×5	Anuk está morrendo na neve que cai
9=3 <sup>2</sup>	A alvura do inverno porque Anuk está morrendo
8=2 <sup>3</sup>	Anuk está morrendo pela alvura do inverno
7	A duna do tempo
6=2×3	Anuk está morrendo na alvura do inverno
5	A neve caindo
4=2 <sup>2</sup>	Anuk está morrendo porque Anuk está morrendo
3	A alvura do inverno
2	Anuk está morrendo
1	.

A palavra *na* significa multiplicação e a palavra *porque* significa exponenciação. O poema é criado a partir das linhas numeradas dos primos 2, 3, 5, 7 e 11, que são escritas, primeiramente, como se segue: decompõe cada linha de números não primos em um produto de potências de primos distintos. Por exemplo,  $12 = 2^2 \times 3$ . Os primos que aparecem no número 12, dispostos em ordem crescente, são 2 e 3. A linha 2 é: *Anuk está morrendo* e a linha 3 é: *A alvura do inverno*. Para construir a linha 12, substitua o número 2 pela linha 2, o número 3 pela linha 3, multiplique por *na* e exponencie por *porque*. A linha 12 fica assim:

*Anuk está morrendo porque Anuk está morrendo na alvura do inverno*. O mesmo procedimento é usado para produzir cada linha do poema. Quando o poema é lido em voz alta, o eco criado pela repetição das linhas com números primos evoca uma disposição elegíaca.

## Light Prime

```

11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
100000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000
10000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001
1000880000000000888888008888880088000088008888880088000088008888880001
100088000000000088000088000088008800008800880000880088000088000000880000001
10008800000000008800008800008800008800880000880088000088000000880000001
10008800000000008800008800008800008800880000880088000088000000880000001
10008800000000008800008800008800008800880000880088000088000000880000001
10008800000000008800008800008800008800880000880088000088000000880000001
10008888888800888888008888880088000088008888880088000088000000880000001
100000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001
100000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000001
1111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111

```

$\times 10^{1280} - 1$

JASON EARLS

Outro método utiliza a manipulação estética de números primos grandes. O poema concreto de Jason Earls, “Lighttght Prime” (apresentado acima), baseia-se no poema “Lighttght”. (A história desse poema, que causou bastante controvérsia ao ser publicado, vale a pena ser lida.)

Earls usou zeros e uns para criar uma representação visual do poema. A palavra “lighttght” aparece no interior de uma matriz retangular de dígitos, que são os 0s e 1s. Se levarmos os dígitos dessa matriz retangular e os colocarmos na mesma ordem em uma linha reta, um longo

número será criado. Se multiplicarmos esse número por  $10^{1280}$  e depois subtrairmos 1, um número primo muito grande será revelado. Para verificar se esse número é realmente primo, é necessário um programa de computador. O livro de Earl *The Lowbrow Experimental Mathematician* traz informações adicionais sobre essa forma poética e poemas primos mais concretos.

Outra técnica para a construção de poemas envolve o número primo 7. Esse método, chamado *algoritmo n + 7*, foi inventado pelo poeta oulipiano Jean Lescure. O movimento literário conhecido como Oulipo – Le Ouvroir de Litterature Potentielle (Oficina de Literatura Potencial) – foi fundado em 1960 por Raymond Queneau. Seus membros inventaram as restrições que produziram literatura; muitas dessas restrições são matemáticas. O *algoritmo n + 7* substitui cada substantivo em determinado poema pelo sétimo substantivo que o segue em um dicionário específico. Matematicamente, o procedimento é uma função de um conjunto de substantivos – que “traduz” cada substantivo por 7 unidades. Os resultados são frequentemente divertidos. Programas de computador facilitam o processamento desse algoritmo em textos mais longos e utilizam números diferentes de 7. Esse procedimento pode ser utilizado com um dicionário ou em [www.spoonbill.org/n+7/](http://www.spoonbill.org/n+7/).

Se eles são chamados de números da sorte, empregados como restrições generativas ou apenas elogiados por serem incontrolláveis, os números primos, em poesia, fornecem tanto a elegância quanto a imprevisibilidade. Esta dupla natureza – exemplar e irritante – é familiar aos amantes da poesia. “Permanecer inconformado, incomodado,” Spalding recomenda os números primos. É uma diretiva que os melhores poemas frequentemente também seguem.

## ~ Agradecimentos

Uma versão anterior deste ensaio foi apresentada sob o título *The Poetry of Prime Numbers*, por *Proceedings of Bridges Coimbra*, 2011, pp. 17-24. Agradecemos a Jim Mele e Jason Earls pela permissão concedida para reimprimir seus poemas. “Adição[1]” pertence ao *Collected Poems of Langston Hughes*, de Langston Hughes, editado por Arnold Rampersad e David

Roessel, editor associado, copyright 1994 pelo espólio de Langston Hughes. Com a permissão de Alfred A. Knopf, uma divisão da Random House, Inc. “O grande número”, extraído de *The Collected Poems of William Carlos Williams*, vol. 1, 1909-1939, por William Carlos Williams, copyright de New Directions Publishing, 1938, cuja reimpressão foi autorizada.

## ~ Bibliografia

- Abse, D. 2000. *Be Seated Thou*. Rhinebeck, New York: The Sheep Meadow Press.
- Crandall, R. E., and C. Pomerance. 2005. *Prime Numbers: a Computational Perspective*. New York: Springer.
- Earls, J. 2010. *The Lowbrow Experimental Mathematician*. Raleigh, NC: Pleroma Publications.
- Gardner, M. 2005. *Martin Gardner's Mathematical Games CD: The 6<sup>th</sup> Book of Mathematical Diversions* (1971). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Glaz, S. 2010. “Poetry inspired by mathematics.” *Proceedings of Bridges Pécs*, 35-42.
- Glaz, S. 2011. “13 January 2009.” *Recursive Angel*, May-June.
- Glaz, S., and J. Growney, eds. 2008. *Strange Attractors: Poems of Love and Mathematics*. London: CRC Press/AK Peters.
- Hughes, L. 1994. *The Collected Poems of Langston Hughes*. New York: Vintage Books.
- Jennings, E., ed. 1961. *An Anthology of Modern Verse 1940-1960*. London: Methuen.
- Mueller, L. 1986. *Second Language*. Baton Rouge: Louisiana State University Press.
- Saroyan, A. 2007. *Complete Minimal Poems of Aram Saroyan*. New York: Ugly Duckling Presse.
- Smith, D. E. 1958. *History of Mathematics*, volume II. Mineola, NY: Dover Publications.
- Williams, W. C. 1985. *Selected Poems of William Carlos Williams*. New York: New Directions.

